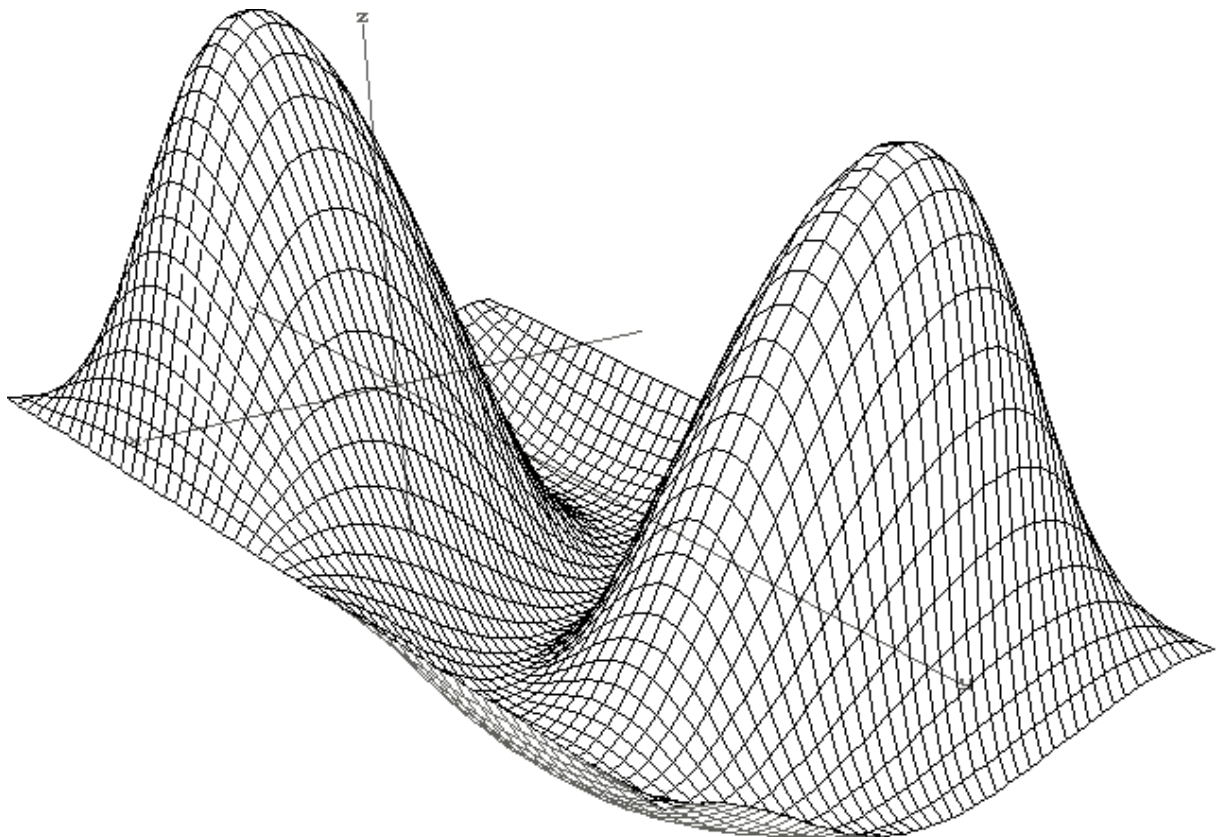


Jugend forscht '98

- Geo- und Raumwissenschaften -

Die Mondfluten der Atmosphäre



- Langfassung -

Wettbewerbsarbeit von
Stefan Feigh und Christian Blaesing

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	1
2.	Die Lösungsansätze	2
3.	Der theoretische Weg	2
3.1.	Lösungsidee	2
3.2.	Berechnung der Äquipotentialflächen	3
3.2.1.	Definition der verwendeten Variablen und Konstanten	3
3.2.2.	Die Erdgravitation	4
3.2.3.	Die Mondgravitation	4
3.2.4.	Die Zentrifugalkraft	5
3.2.5.	Das Gesamtpotential	7
3.2.6.	Normierung	7
3.3.	Die Gezeitengleichung	7
3.3.1.	Die spezielle Gezeitengleichung	8
3.3.2.	Die allgemeine Gezeitengleichung	9
3.4.	Einsetzen in die barometrische Höhenformel	11
4.	Statistischer Nachweis	11
4.1.	Genauigkeitsabschätzung	11
4.2.	Statistische Auswertung	12
4.2.1.	Einfache Mittelwertbildung	12
4.2.2.	Entfernen anderer Druckschwankungen	12
4.2.3.	Der „statistische Kondensator“	13
4.2.4.	Ergebnis der statistischen Auswertung	14
5.	Zusammenführung und Auswertung der Ergebnisse	15
6.	Zusammenfassung	16
7.	Ausblick	17
8.	Literaturverzeichnis	17
Anhang A	Quelltext des erstellten Programms	A
Anhang B	Luftdruckmatrix als Beispiel	B

1. Einleitung

Bei einer Diskussion über die verschiedenen Einflüsse auf das Wetter, kamen wir auf die Idee, daß auch der Mond einen Einfluß auf das Wetter haben könnte. Wäre es denn nicht möglich, daß der Mond nicht nur das Meer, sondern auch die Atmosphäre beeinflusst? Und in welcher Art und Weise würde sich dies für uns bemerkbar machen?

Wir überlegten uns, daß sich die Atmosphäre aufgrund der Mondgravitation ausbeulen müßte. Dies sollte sodann eine Änderung des Luftdrucks auf der Erde zufolge haben, da nun mehr, bzw. an einer anderen Stelle weniger, Luftmassen über einem Punkt lasten. Zugleich wirkt aber die Mondgravitation der Erdgravitation entgegen, so daß aufgrund der nun niedrigeren Gewichtskraft der Luft dieser Effekt kompensiert werden könnte.

Es stellte sich uns die Frage, ob sich nun auf der mondzugewandten Seite ein Über- oder Unterdruck einstellt, oder etwa gar keine Druckschwankung auftritt. Außerdem ist ja noch zu berücksichtigen, daß sich Erde und Mond um ihren gemeinsamen Schwerpunkt drehen, was wiederum die Atmosphäre beeinflussen dürfte.

2. Die Lösungsansätze

Zu Beginn unserer Arbeit stand der Versuch, in Lexika und einschlägigen Physikbüchern Informationen zu sammeln. Zu unserer Überraschung fanden wir jedoch nicht mehr, als die Aussage, daß auch die Atmosphäre, ähnlich wie das Meer, durch den Mond beeinflusst wird¹. Es ergaben sich nun für uns zwei Möglichkeiten, sich der Problemstellung zu nähern:

- Zum einen müßte man in der Lage sein, mit Hilfe eines mathematischen Modells, das alle wichtigen Kräfte berücksichtigt, den Einfluß des Mondes auf den Druck zu beschreiben.
- Zum anderen könnte man jedoch auch versuchen, die eventuellen Druckschwankungen in experimentellen Meßreihen statistisch nachzuweisen. Diese sollten sodann mit den theoretischen Werten übereinstimmen.

Eine zufriedenstellende Lösung wäre für uns die Verifizierung des mathematischen Modells durch den experimentellen Nachweis.

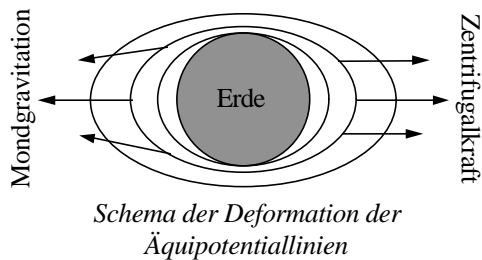
3. Der theoretische Weg

3.1. Lösungsidee

Zu Anfang unserer Berechnungen stand die Idee, daß man jedem Teilchen in der Atmosphäre ein Potential zuordnen kann. Mit Kenntnis der Kräftefunktion an jedem Punkt müßte man in der Lage sein, jedem Teilchen ein Potential zuzuordnen². Punkte mit gleichem Potential ergeben Äquipotentialflächen, auf welchen sich die Teilchen ohne Energieverlust bewegen können. Auf einer solchen Fläche sollte nun überall der gleiche Druck herrschen, da einem Druckausgleich keine Kraft entgegenwirkt. Wenn man sich von einer Äquipotentialfläche zu einer anderen bewegt, ergibt sich eine Druckdifferenz, die man mit der barometrischen Höhenformel leicht ausrechnen kann. Die Druckdifferenz der Mondflut läßt sich nun

¹ Auch zur Flut des Meeres begnügte man sich mit der Erklärung, daß auf der einen Seite der Erde die Gravitation des Mondes, auf der anderen die Zentrifugalkraft einen „Wasserberg“ erzeugen.

² Als Bezugspunkt wählten wir den Erdmittelpunkt. Diesen Punkt kann man frei wählen, jedoch erschien uns diese Normierung als die für die weitere Rechnung günstigste.



berechnen, indem man die zeitliche Änderung der Höhe einer bodennahen Äquipotentialfläche in die barometrische Höhenformel einsetzt.

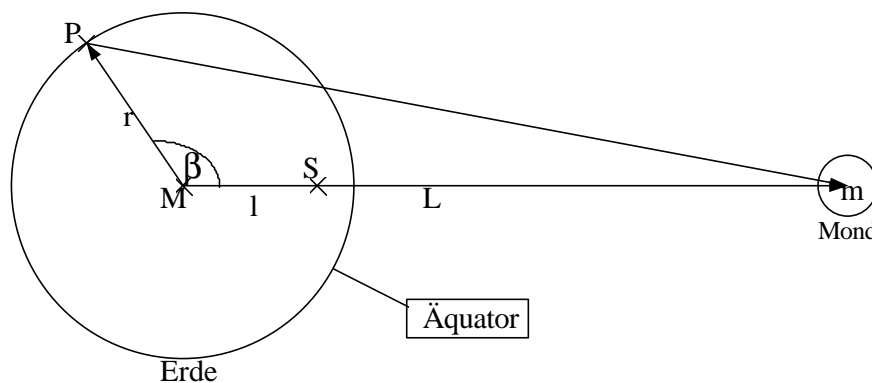
3.2. Berechnung der Äquipotentialflächen

In unserem Modell wirken auf einen Massepunkt P mit der Masse μ drei Kräfte³:

1. Die Erdanziehung, die in Richtung des Erdmittelpunktes wirkt.
2. Die Mondanziehung, die in Richtung des Mondes wirkt.
3. Die Zentrifugalkraft infolge der Drehung von Erde und Mond um ihren gemeinsamen Schwerpunkt. Diese Kraft zeigt immer von der Drehachse weg.

Ziel ist es nun, eine Formel für das Energiepotential, bezogen auf den Erdmittelpunkt zu entwickeln. Hierzu werden wir zuerst die nötigen Variablen einführen und dann jede Kraft und das zugehörige Potential einzeln berechnen. Diese lassen sich dann zu einem Gesamtpotential aufsummieren.

3.2.1. Definition der verwendeten Variablen und Konstanten



$$M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$m = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

$$L = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$g = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

Der Ursprung unseres Koordinatensystems liegt im Erdmittelpunkt. Der Einfachheit halber gehen wir zunächst davon aus, daß die Mondumlaufbahn direkt über dem Äquator liegt. Der Vektor L zeigt in x -Richtung. Die y -Achse liegt in der Äquatorebene rechtwinklig zur x -Achse. Die z -Achse steht senkrecht auf der x - und der y -Achse und zeigt damit in die gleiche Richtung wie die Drehachse des Systems. In der nebenstehenden Zeichnung steht sie also senkrecht auf der Zeichenebene. Auf den Punkt P mit der Masse μ zeigt der Vektor r . Der Winkel b entspricht den Längengraden, der Winkel a entspricht den Breitengraden. l ist der Vektor vom Schwerpunkt S des Systems zum Erdmittelpunkt. Die Erde hat die Masse M , der Mond die Masse m . Der Strecke Erde - Mond wird durch den Vektor L dargestellt. Der Erdradius beträgt R .

³ Die Zentrifugalkraft infolge der Eigendrehung der Erde verursacht keine Druckschwankung, da sie entlang den Breitenkreisen konstant ist.

3.2.2. Die Erdgravitation

Da die Erdanziehung in Richtung von \mathbf{r} wirkt, läßt sich das Potential einfach berechnen:

$$\Phi(\mathbf{r}) = \int \mathbf{g} M m \frac{1}{r^2} dr = -\mathbf{g} M m \frac{1}{r} + C$$

3.2.3. Die Mondgravitation

Da hier die Kraft nicht immer in Richtung von \mathbf{r} zeigt, wird die Rechnung etwas komplizierter. Man muß zunächst die in Richtung von \mathbf{r} wirkende Komponente der Kraft errechnen. Dazu führen wir den Vektor \mathbf{T} ein, der vom Punkt P auf den Mondmittelpunkt zeigt.

$$\mathbf{r} = r \begin{pmatrix} \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) \\ \cos(\mathbf{a}) \sin(\mathbf{b}) \\ \sin(\mathbf{a}) \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{T} = \begin{pmatrix} L - r \cdot \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) \\ -r \cdot \cos(\mathbf{a}) \sin(\mathbf{b}) \\ -r \cdot \sin(\mathbf{a}) \end{pmatrix}$$

Der in Richtung von \mathbf{r} wirkende Teil der Mondanziehung ergibt sich nun aus dem Skalarprodukt der normierten Vektoren \mathbf{r} und \mathbf{T} :

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{r} \circ \mathbf{T}}{r \cdot T} &= \frac{(L - r \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}))(\cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b})) - (r \cos(\mathbf{a}) \sin(\mathbf{b}) \cdot \cos(\mathbf{a}) \sin(\mathbf{b})) - (r \cdot \sin^2(\mathbf{a}))}{T} \\ &= \frac{L \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) - r \cos^2(\mathbf{a}) \cos^2(\mathbf{b}) - r \cos^2(\mathbf{a}) \sin^2(\mathbf{b}) - r \sin^2(\mathbf{a})}{T} \\ &= \frac{L \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) - r}{T} \end{aligned}$$

Für die Länge des Vektors \mathbf{T} gilt:

$$\begin{aligned} T &= \sqrt{(L - r \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}))^2 + (r \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}))^2 + (r \sin(\mathbf{a}))^2} \\ &= \sqrt{L^2 - 2rL \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) + r^2 \cos^2(\mathbf{a}) \cos^2(\mathbf{b}) + r^2 \cos^2(\mathbf{a}) \cos^2(\mathbf{b}) + r^2 \sin^2(\mathbf{a})} \\ &= \sqrt{L^2 + r^2 - 2rL \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b})} \end{aligned}$$

Damit erhält man für die gesuchte in Richtung von \mathbf{r} zeigende Kraft:

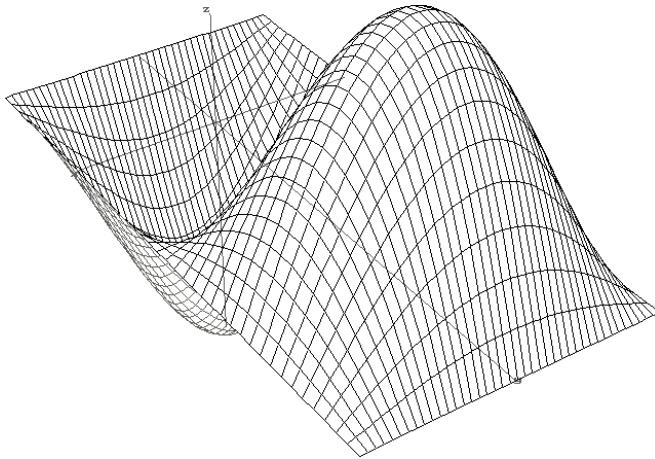
$$\begin{aligned} F(\mathbf{r}) &= \mathbf{g} m \frac{\mathbf{r} \circ \mathbf{T}}{r \cdot T} \cdot \frac{1}{T^2} = \mathbf{g} m (L \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) - r) \frac{1}{T^3} \\ &= \mathbf{g} m \frac{L \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) - r}{(L^2 + r^2 - 2rL \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}))^{3/2}} \end{aligned}$$

Zu dem gesuchten Potential kommt man nun durch Integrieren dieser Kraft nach \mathbf{r} :⁴

(Als Integrationsvariable haben wir q verwendet da r bereits als Integrationsgrenze verwendet wird.)

$$\Phi(\mathbf{r}) = \int_0^r -F(q, \mathbf{a}, \mathbf{b}) dq = -\mathbf{g} m \int_0^r \frac{L \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) - q}{(L^2 + q^2 - 2qL \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}))^{3/2}} ds = -\frac{\mathbf{g} m}{\sqrt{L^2 + r^2 - 2rL \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b})}} + \frac{\mathbf{g} m}{L}$$

⁴ Dieses Ergebnis hätte man auch unter Verwendung des Ergebnisses von 3.2.2. erhalten können. Man hätte jedoch noch den Nullpunkt zum Erdmittelpunkt verschieben müssen. Dies wäre zwar eleganter gewesen, wir fanden es jedoch so verständlicher, da man spätestens bei der Zentrifugalkraft auch so vorgehen muß.



Hier ist das durch die Mondgravitation entstandene Potential auf der Erdoberfläche dargestellt als Funktion von \mathbf{a} und \mathbf{b} . Man kann gut erkennen, daß sich auf der mondabgewandten Seite das Potential erhöht hat. Auf der mondzugewandten Seite ist es hingegen gegenüber den Polen gesunken.

Für die späteren Berechnungen ist es notwendig, diesen Ausdruck zu entwickeln. Wir benutzen hierfür den binomischen Satz⁵ und ließen Glieder höherer Ordnung als $(r/L)^3$ wegfallen, da $(r/L) \approx 1/70 \ll 1$ ist. Es wäre durchaus sinnvoll, schon nach $(r/L)^2$ abzuberechnen. Dies würde aber dazu führen, daß der asymmetrische Charakter der Flut wegfallen würde. Für die Größe der Flut sind die Glieder mit $(r/L)^2$ aber von geringer Bedeutung.

Indem man L^2 ausklammert erhält man:

$$\begin{aligned} \Phi(\mathbf{r}) &= -\frac{gn}{L} \left(1 + \left(\frac{r}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{r}{L}\right) \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) \right)^{-\frac{1}{2}} + \frac{gmn}{L} \\ &\approx -\frac{gn}{L} \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r}{L}\right)^2 + \left(\frac{r}{L}\right) \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) - \frac{3}{2} \left(\frac{r}{L}\right)^3 \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) + \frac{3}{2} \left(\frac{r}{L}\right)^2 \cos^2(\mathbf{a}) \cos^2(\mathbf{b}) + \frac{5}{2} \left(\frac{r}{L}\right)^3 \cos^3(\mathbf{a}) \cos^3(\mathbf{b}) \right) \end{aligned}$$

3.2.4. Die Zentrifugalkraft

Zur Berechnung der Zentrifugalkraft nimmt man zunächst an, daß die Erde sich um den Schwerpunkt genauso wie ein Pferd um sein Karussell dreht. Da die Zentrifugalkraft meist auch nicht in Richtung von \mathbf{r} zeigt, geht man ähnlich vor wie bei der Mondgravitation. Die Zentrifugalkraft zeigt immer von der Drehachse zu dem Punkt P. Dieser Vektor heißt \mathbf{AP} . Da die Drehachse in z-Richtung zeigt, erhält man den Vektor \mathbf{AP} , indem man beim Vektor \mathbf{SP} die z-Komponente streicht. Da l der Abstand Erdmittelpunkt - Schwerpunkt ist, ergibt sich für \mathbf{SP} und \mathbf{AP} :

$$\mathbf{SP} = \begin{pmatrix} r \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) - l \\ r \cos(\mathbf{a}) \sin(\mathbf{b}) \\ r \sin(\mathbf{a}) \end{pmatrix} \quad \text{und}$$

$$\mathbf{AP} = \mathbf{SP} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ r \sin(\mathbf{a}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) - l \\ r \cos(\mathbf{a}) \sin(\mathbf{b}) \\ r \sin(\mathbf{a}) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ r \sin(\mathbf{a}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) - l \\ r \cos(\mathbf{a}) \sin(\mathbf{b}) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Den in Richtung von \mathbf{r} wirkenden Anteil der Zentrifugalkraft erhält man nun wieder aus dem Skalarprodukt der normierten Vektoren \mathbf{r} und \mathbf{AP} .

⁵ $(a + b)^n = \binom{n}{0} \cdot a^n + \binom{n}{1} \cdot a^{n-1} \cdot b + \binom{n}{2} \cdot a^{n-2} \cdot b^2 + \dots$

$$\frac{\mathbf{AP} \circ \mathbf{r}}{AP \cdot r} = \frac{(r \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) - l)(\cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b})) + r \sin^2(\mathbf{b}) \cos^2(\mathbf{a})}{AP}$$

$$= \frac{r \cos^2(\mathbf{a}) - l \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b})}{AP}$$

Für die Zentrifugalkraft ergibt sich also:

$$F(\mathbf{r}) = \mathbf{w}^2 \mathbf{m} \mathbf{AP} \frac{\mathbf{AP} \circ \mathbf{r}}{AP \cdot r} = \mathbf{w}^2 \mathbf{m} (r \cos^2(\mathbf{a}) - l \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}))$$

Die Annahme, daß sich die Erde wie ein Pferd um sein Karussell dreht, stimmt jedoch nicht ganz. So zeigt das Pferd immer mit der selben Seite zum Karussell, führt also von außen betrachtet bei einer Drehung des Karussells selber eine Drehung um die eigene Achse durch. Bei der Erde ist dies nicht so. Wir müssen deshalb von der Kräftefunktion noch die Zentrifugalkraft einer Drehung um die eigene Achse abziehen. Die Zentrifugalkraft der Eigendrehung sieht folgendermaßen aus:

$$\mathbf{F}_{\text{Eigendrehung}}(\mathbf{r}) = \mathbf{m} \mathbf{w}^2 \begin{pmatrix} r \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) \\ r \cos(\mathbf{a}) \sin(\mathbf{b}) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Skalar mit \mathbf{r} normiert ergibt sich:

$$\frac{\mathbf{F}_{\text{Eigendrehung}}(\mathbf{r}) \circ \mathbf{r}}{r} = \mathbf{m} \mathbf{w}^2 (r \cos^2(\mathbf{a}) \cos^2(\mathbf{b}) + r \cos^2(\mathbf{a}) \sin^2(\mathbf{b})) = \mathbf{m} \mathbf{w}^2 r \cos^2(\mathbf{a})$$

Subtrahiert man diese Kraft von der Gesamtkraft, erhält man:

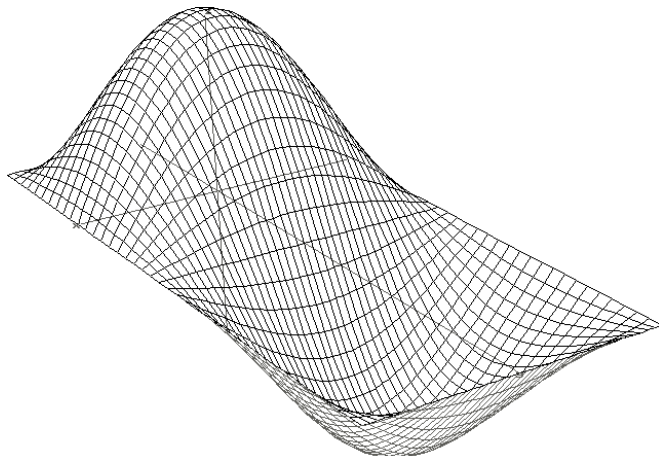
$$F(\mathbf{r}) = -\mathbf{w}^2 \mathbf{m} \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b})$$

Das Potential erhält man wieder, indem man die Kraft nach \mathbf{r} integriert:

$$\Phi(\mathbf{r}) = \int_0^r -F(q, \mathbf{a}, \mathbf{b}) ds = \mathbf{w}^2 \mathbf{m} \int_0^r l \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) dq = \mathbf{w}^2 \mathbf{m} r \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b})$$

Mit Hilfe von: $\mathbf{w}^2 = \mathbf{g} \frac{M + m}{L^3}$ und $l = \frac{Lm}{M + m}$ erhält man:

$$\Phi(\mathbf{r}) = \mathbf{g} \mathbf{u} \frac{rm}{L^2} \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b})$$



Hier ist das durch die Zentrifugalkraft auf der Erde entstandene Potential als Funktion von \mathbf{a} und \mathbf{b} dargestellt. Die Amplitude entspricht fast genau der Amplitude des durch den Mond entstandenen Potentials mit anderem Vorzeichen. Als Summe heben sie sich, bis auf einen kleinen Rest, der die Gezeiten erzeugt, auf.

3.2.5. Das Gesamtpotential

Die Summe dieser drei Potentiale ergibt das Gesamtpotential bezogen auf den Erdmittelpunkt:

$$\Phi(\mathbf{r}) = -\frac{gm}{r} + C - \frac{gm}{L} \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{r}{L} \right)^2 + \left(\frac{r}{L} \right) \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) - \frac{3}{2} \left(\frac{r}{L} \right)^3 \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) + \frac{3}{2} \left(\frac{r}{L} \right)^2 \cos^2(\mathbf{a}) \cos^2(\mathbf{b}) + \frac{5}{2} \left(\frac{r}{L} \right)^3 \cos^3(\mathbf{a}) \cos^3(\mathbf{b}) \right) + \frac{rm}{L^2} \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b})$$

3.2.6. Normierung

Ziel ist es nun, eine bodennahe Äquipotentialfläche zu erhalten. Als Potential wählten wir das Potential, das auf der Erde ohne Mond herrschen würde⁶: $-\frac{gm}{R} + C$, wobei R der Erdradius ist. Diese Normierung ist günstig, da man nun sehen kann, wo das Potential gestiegen bzw. gefallen ist.

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{gm}{R} + C = -\frac{gm}{r} + C + \frac{gm}{2L^3} r^2 + \frac{gm}{2L^4} 3mr^3 \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) - \frac{gm}{2L^3} 3mr^2 \cos^2(\mathbf{a}) \cos^2(\mathbf{b}) - \frac{gm}{2L^4} 5mr^3 \cos^3(\mathbf{a}) \cos^3(\mathbf{b})$$

Die beiden Integrationskonstanten fallen weg, da sie identisch sind.

Anschließende Multiplikation mit $-\frac{rR}{gm}$ ergibt:

$$r = R - \frac{mr^3 R}{2ML^3} - \frac{3mr^4 R}{2ML^4} \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) + \frac{3mr^3 R}{2ML^3} \cos^2(\mathbf{a}) \cos^2(\mathbf{b}) + \frac{5mr^4 R}{2ML^4} \cos^3(\mathbf{a}) \cos^3(\mathbf{b})$$

Am besten wäre nun, wenn man diese Gleichung nach r umstellen könnte. Da dies aber nicht möglich ist, gingen wir folgendermaßen vor:

Zieht man R von der Gleichung ab, so erhält man r-R, was den Abstand h der Äquipotentialfläche von der Erdoberfläche ergibt:

$$h = r - R = -\frac{mr^3 R}{2ML^3} - \frac{3mr^4 R}{2ML^4} \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) + \frac{3mr^3 R}{2ML^3} \cos^2(\mathbf{a}) \cos^2(\mathbf{b}) + \frac{5mr^4 R}{2ML^4} \cos^3(\mathbf{a}) \cos^3(\mathbf{b})$$

Da $r \approx R$, kann man r durch R ersetzen:

$$\begin{aligned} h &\cong -\frac{mR^4}{2ML^3} - \frac{3mR^5}{2ML^4} \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) + \frac{3mR^4}{2ML^3} \cos^2(\mathbf{a}) \cos^2(\mathbf{b}) + \frac{5mR^5}{2ML^4} \cos^3(\mathbf{a}) \cos^3(\mathbf{b}) \\ &\cong \frac{mR^4}{2ML^3} (3 \cos^2(\mathbf{a}) \cos^2(\mathbf{b}) - 1) + \frac{mR^5}{2ML^4} (5 \cos^3(\mathbf{a}) \cos^3(\mathbf{b}) - 3 \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b})) \end{aligned}$$

3.3. Die Gezeitengleichung

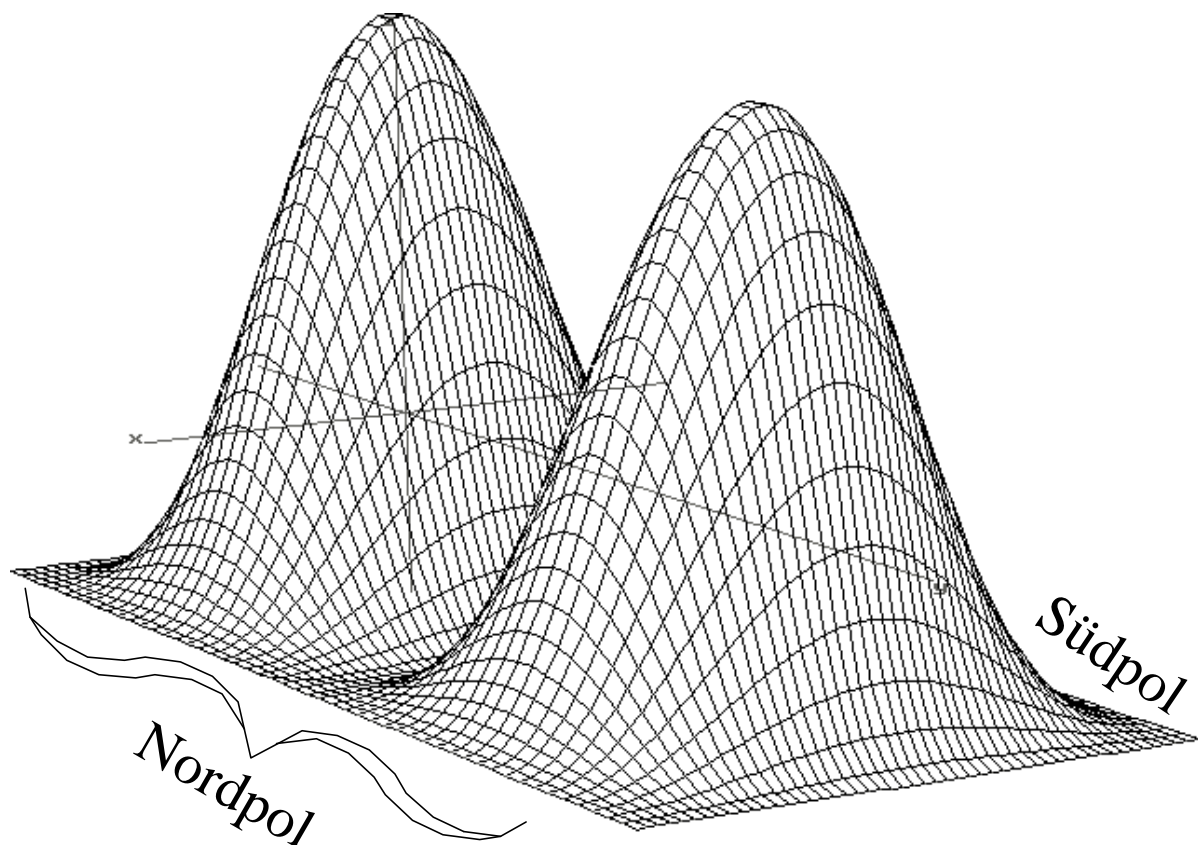
Nun hat man die gewünschte Formel, die in Abhängigkeit von Längen(β)- und Breitengrad(α) den Abstand einer Äquipotentialfläche zum Erdboden angibt. Es wurde genau die Äquipotentialfläche ausgewählt, die ohne Mond auf der Höhe null liegen würde. Die Formel gibt also für jeden Potentialpunkt auf der Erde aus, um wieviel er durch den Mond nach oben oder unten verschoben wurde.

⁶ Genauso wie in 3.2.1. wird hier ohne definierten Bezugspunkt integriert. Die Integrationskonstanten sind deshalb identisch.

Die Formel besteht aus einem symmetrischen und einem asymmetrischen Teil. Der asymmetrische Anteil am Gesamtwert der Formel ist gering, jedoch sehen durch ihn die beiden Flutberge nicht völlig identisch aus. Dies war eine notwendige Bedingung, da die Gravitation des Mondes an den meisten Stellen nicht parallel zur Zentrifugalkraft ist.

3.3.1. Die spezielle Gezeitengleichung

$$h(\mathbf{a}, \mathbf{b}) @ \frac{mR^4}{2ML^3} (3 \cos^2(\mathbf{a}) \cos^2(\mathbf{b}) - 1) + \frac{mR^5}{2ML^4} (5 \cos^3(\mathbf{a}) \cos^3(\mathbf{b}) - 3 \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}))$$



Einige markante Punkte:

Nordpol:	$h(90^\circ, \beta)$	= -17,68cm
Südpol:	$h(-90^\circ, \beta)$	= -17,68cm
Spitze erstes ⁷ Maximum am Äquator:	$h(0^\circ, 0^\circ)$	= 35,96cm
Spitze zweites Maximum am Äquator:	$h(0^\circ, 180^\circ)$	= 34,79cm
Täler zwischen den Maxima:	$h(\alpha, 90^\circ) = h(\alpha, 270^\circ)$	= -17,68cm
Erstes Maximum in Deutschland:	$h(50^\circ, 0^\circ)$	= 4,06cm

Dies ergibt also eine Differenz am Äquator von 53 cm und in Deutschland von 21,7 cm.

⁷ Wie man hier erkennen kann, ergibt sich durch den asymmetrischen Anteil der Formel kein großer Unterschied zwischen erstem und zweitem Maximum. In späteren Beispielen wird der Unterschied zwischen erstem und zweitem Maximum hauptsächlich durch die Bahnneigung des Mondes zustande kommen.

3.3.2. Die allgemeine Gezeitengleichung

Diese Werte gelten jedoch nur unter der zu Anfang verwendeten Vereinfachung, daß die Mondumlaufbahn direkt über dem Äquator liegt. In Wirklichkeit weicht die Mondumlaufbahn jedoch maximal um $\pm 28^{\circ}34'$ vom Äquator ab⁸. Wenn der Mond mit dem Äquator den Winkel λ bildet, so ist das für unsere Formel genauso, wie wenn man das Koordinatensystem der Erde mit λ um die y-Achse dreht, und diese neuen Koordinaten in unsere Gezeitengleichung einsetzt. Zur Drehung von rechtwinkligen Koordinatensystemen verwendet man folgende Formeln:

$$x' = x \cos(\mathbf{a}_1) + y \cos(\mathbf{b}_1) + z \cos(\mathbf{g}_1)$$

$$y' = x \cos(\mathbf{a}_2) + y \cos(\mathbf{b}_2) + z \cos(\mathbf{g}_2)$$

$$z' = x \cos(\mathbf{a}_3) + y \cos(\mathbf{b}_3) + z \cos(\mathbf{g}_3)$$

α, β, γ sind jeweils die Winkel, die die Achse der neuen Koordinate mit der ursprünglichen x,y,z -Achse bildet.

Einen Punkt P auf der Erdoberfläche mit dem Längengrad α und dem Breitengrad β kann man durch folgenden Vektor darstellen:

$$\begin{pmatrix} \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) \\ \cos(\mathbf{a}) \sin(\mathbf{b}) \\ \sin(\mathbf{a}) \end{pmatrix} \text{ wenn man davon ausgeht, daß der Erdradius 1 beträgt.}$$

Mit Hilfe der Transformationsformeln erhält man in der z-Dimension:

$$\sin(\mathbf{a}') = \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) \cos(90 + \mathbf{I}) + \cos(\mathbf{a}) \sin(\mathbf{b}) \cos(90) + \sin(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{I})$$

$$\mathbf{a}' = \arcsin(\cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) \cos(90 + \mathbf{I}) + \sin(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{I}))$$

In der y-Dimension erhält man:

$$\cos(\mathbf{a}') \sin(\mathbf{b}') = \cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) \cos(90) + \cos(\mathbf{a}) \sin(\mathbf{b}) \cos(0) + \sin(\mathbf{a}) \cos(90)$$

$$\mathbf{b}' = \arcsin\left(\frac{\cos(\mathbf{a}) \sin(\mathbf{b})}{\cos(\mathbf{a}')}\right)$$

$$\mathbf{b}' = \arcsin\left(\frac{\cos(\mathbf{a}) \sin(\mathbf{b})}{\cos(\arcsin(\cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) \cos(90 + \mathbf{I}) + \sin(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{I})))}\right)$$

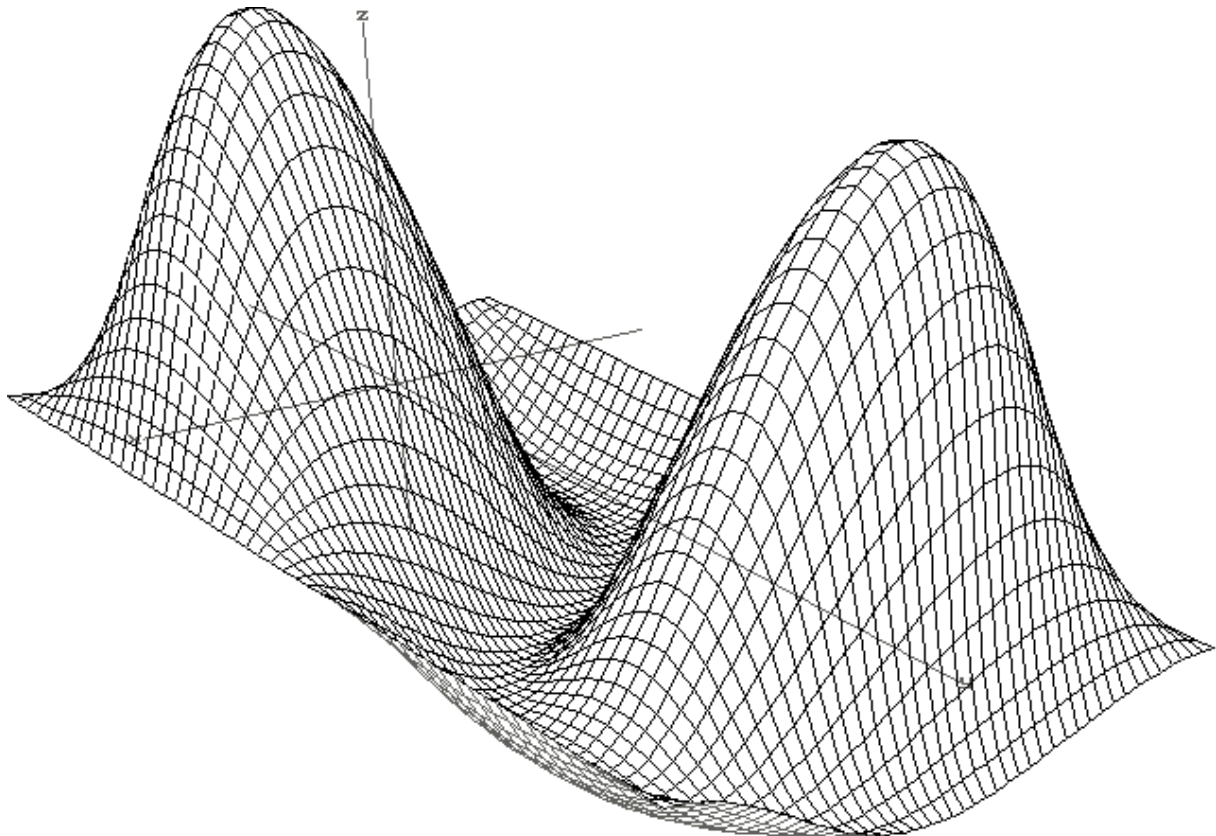
Diese transformierten Winkel setzt man nun in h anstatt α, β ein. Man erhält:

$$h_{\text{allgemein}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{I}) = h\left(\arcsin(\cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) \cos(90 + \mathbf{I}) + \sin(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{I})), \arcsin\left(\frac{\cos(\mathbf{a}) \sin(\mathbf{b})}{\cos(\arcsin(\cos(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{b}) \cos(90 + \mathbf{I}) + \sin(\mathbf{a}) \cos(\mathbf{I})))}\right)\right)$$

Man erkennt, daß h ein Spezialfall von $h_{\text{allgemein}}$ ist für $\lambda = 0^{\circ}$;

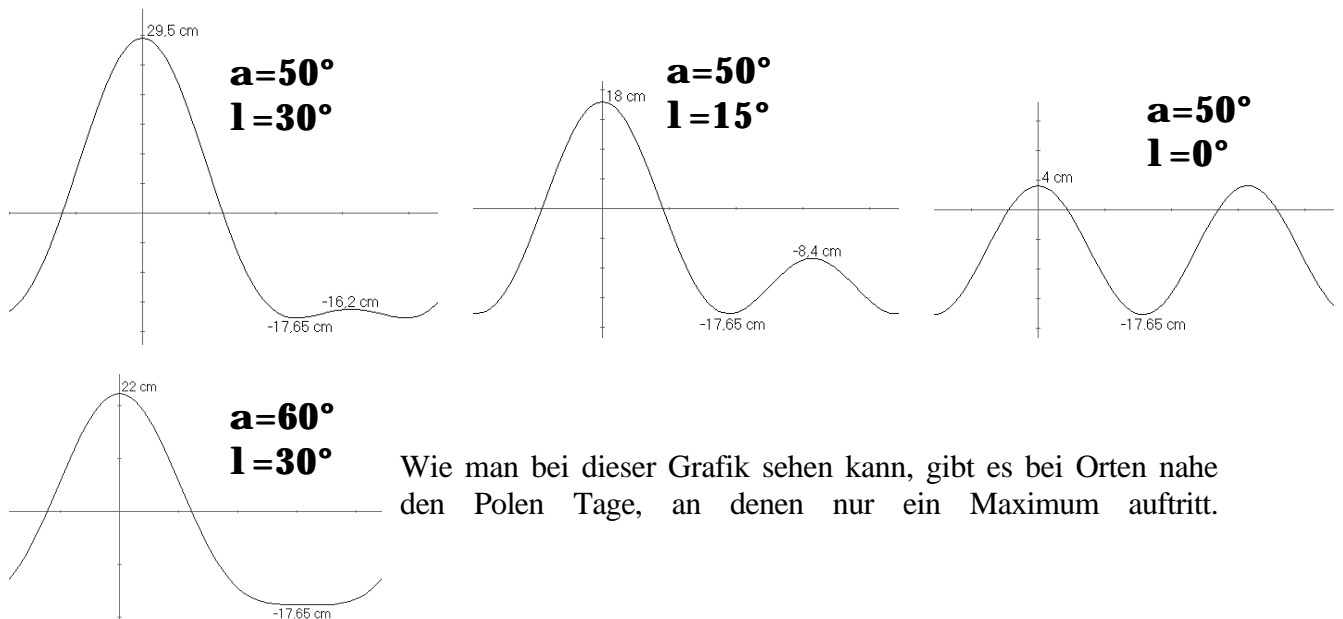
Die folgende Funktion stellt $h_{\text{allgemein}}$ in Abhängigkeit von α und β dar mit $\lambda = 28^{\circ}34'$

⁸ Die Drehachse der Erde ist mit $23^{\circ}26'$ zur Ekliptik geneigt. Die Umlaufbahn des Mondes ist um $5^{\circ}8'$ zur Ekliptik geneigt, wobei sich die Schnittpunkte mit der Ekliptik in 18,6 Jahren einmal um 360° drehen. Deshalb schwankt die Neigung der Mondumlaufbahn zur Äquatorebene zwischen $28^{\circ}34'$ und $18^{\circ}18'$.



Man kann gut erkennen, daß die Maxima mit dem Mond in Richtung der Pole gewandert sind. In Deutschland führt dies dazu, daß sich die Höhe der Maxima an Tagen, an denen der Mond mit dem Äquator den größten Winkel bildet, stark unterscheiden. Bei Orten, deren Längengrad größer ist als 90° minus λ , führt dies dazu, daß sie pro Tag nur eine Flut haben.

Als Beispiel sei die zeitliche Änderung der Potentillage in Deutschland gegeben, einmal bei einem „Mondwinkel“ von 30° , einmal bei einem „Mondwinkel“ von 15° , und einmal mit 0° - wenn die Mondumlaufbahn den Äquator schneidet:



Wie man bei dieser Grafik sehen kann, gibt es bei Orten nahe den Polen Tage, an denen nur ein Maximum auftritt.

3.4. Einsetzen in die barometrische Höhenformel

Um nun von der Höhendifferenz des Potentials zwischen Maximum und Minimum auf die Druckdifferenz zu kommen, ist es nötig, die Höhendifferenz in die barometrische Höhenformel einzusetzen⁹:

$$\Delta p = p_0 - p = p_0 - p_0 \cdot e^{-\frac{r_0 \cdot g \cdot \Delta h}{p_0}} = p_0 \left(1 - e^{-\frac{r_0 \cdot g \cdot \Delta h}{p_0}}\right)$$

Beispiele:

Am Äquator (mit $\lambda = 0^\circ$ – beide Maxima gleich) $p_0=1013\text{hPa}$ $\Delta h=53,6\text{cm}$	→ Dp=6,78 Pa
Deutschland (mit $\lambda = 0^\circ$ – beide Maxima gleich) $p_0=1013\text{hPa}$ $\Delta h=21,5\text{cm}$	→ Dp=2,72 Pa
Deutschland (mit $\lambda=30^\circ$ - erstes Maximum) $p_0=1013\text{hPa}$ $\Delta h=47,1\text{cm}$	→ Dp=5,96 Pa
Deutschland (mit $\lambda=30^\circ$ - zweites Maximum) $p_0=1013\text{hPa}$ $\Delta h=1,45\text{cm}$	→ Dp=0,18 Pa
Zugspitze (mit $\lambda = 0^\circ$ – beide Maxima gleich) $p_0=707\text{hPa}$ $\Delta h=21,5\text{cm}$	→ Dp=1,89 Pa

Die beiden letzten Beispiele stellen nur einen Extremfall von vielen anderen Möglichkeiten dar. Sie treten nur auf, wenn die Mondbahn um fast 30° zum Äquator geneigt ist. Dies tritt nur alle 18,6 Jahre auf, da die Neigung zum Äquator in 18,6 Jahren zwischen 18° und 30° schwankt. Des Weiteren erreicht der Mond den Maximalstand nur zwei Mal im siderischen Monat.

4. Statistischer Nachweis

Eine theoretische Herleitung ist schön und gut, jedoch ist sie nichts wert, wenn sie sich durch Experimente nicht verifizieren läßt. Aus diesem Grund war unser nächstes Anliegen, die berechneten Druckschwankungen auch in der Wirklichkeit nachzuweisen. Jedoch sind die vorhergesagten Druckschwankungen, wie man in 3.4. sieht, nur sehr gering. Einer nachzuweisenden Druckschwankung von 3 Pascal in Deutschland steht eine Meßgenauigkeit der Barometer von 10 Pascal und eine tägliche Druckschwankung von bis zu hundert Pascal gegenüber. Ist es nun möglich, aus diesem „statistischen Rauschen“ unsere Druckschwankung herauszufiltern? Um diese Frage zu klären, bedienen wir uns der Statistik.

4.1. Genauigkeitsabschätzung

Wenn man in einer Meßreihe eine periodische Schwankung feststellen will, deren Schwingungsdauer bekannt ist, unterteilt man die Meßreihe in Intervalle mit der Größe der Schwingungsdauer. Diese Intervalle unterteilt man wiederum in Unterintervalle. Die Intervalle schreibt man untereinander. Für jede aus den Unterintervallen entstehende Spalte bildet man den Mittelwert. Die Folge der Mittelwerte stellt eine Approximation der Schwingung darstellen.

Nun kann man die Frage stellen, wieviel Luftdruckwerte man auswerten müßte, um die mondinduzierten Luftdruckschwankungen festzustellen. Zum Nachweis einer Schwingung braucht man pro Intervall mindestens 2 Unterintervalle¹⁰. Im Idealfall hätte man bei einer Schwankung um ca. 1,9 Pascal eine Differenz zwischen den Mittelwerten von $\frac{1,9 \text{ Pa} \cdot 2}{p} \approx 1,2 \text{ Pa}$.

⁹ In diesem kleinen Bereich verhält sich die barometrische Höhenformel annähernd linear. Man hätte auch eine Approximation der barometrischen Höhenformel nehmen können.

¹⁰ Dies setzt voraus, daß man vorher weiß, wo die Extrema liegen. Im schlimmsten Fall würden sonst die beiden Unterintervalle direkt auf den Wendepunkten liegen und die Mittelwerte wären genau gleich groß.

Wenn man eine Schwankung von 1.2 Pascal eindeutig feststellen will, so ist es nötig, die Standardabweichung der Mittelwerte kleiner als 0.26 Pascal zu halten¹¹. Wir nahmen an, daß die wetterbedingten Luftdruckschwankungen eine Standardabweichung von ca. 200 Pascal pro Wert haben würden¹².

Die Anzahl n der benötigten Werte kann man nun folgendermaßen berechnen:

$$s(\bar{X}) = \frac{s}{\sqrt{n/2}} = 0.26 Pa \quad \rightarrow \quad n = \left(\frac{s}{0.26 Pa} \right)^2 \cdot 2 = \left(\frac{200 Pa}{0.26 Pa} \right)^2 \cdot 2 \approx 1.2 \cdot 10^6$$

Nach dieser Abschätzung benötigen wir also mindestens 1,2 Mio. Luftdruckwerte, um mit großer Sicherheit ein annehmbares Ergebnis zu erhalten.

4.2. Statistische Auswertung

Für uns stellte es sich nun als größeres Problem dar, genügend Luftdruckdaten zu erhalten. Eine Anfrage an den Deutschen Wetterdienst konnte bis zum Abgabetermin der Arbeit nicht bearbeitet werden, weswegen uns bis jetzt nur Luftdruckdaten des Fraunhofer Instituts für atmosphärische Umweltforschung zur Verfügung stehen. Hierbei handelt es sich um halbstündig gemessene Luftdruckdaten der Zugspitze im Zeitraum 1983-1996. Dies sind 245.472 einzelne Werte. Zuerst bestimmten wir die Standardabweichung der Werte. Sie betrug 800 Pascal und war damit 4x so hoch, wie wir geschätzt hatten. Zudem hatten wir viel zu wenig Daten. Trotz dieser Umstände fingen wir an auszuwerten.

4.2.1. Einfache Mittelwertbildung

Um die Daten mit der atmosphärischen Druckschwankung zu synchronisieren, benötigt man die genaue Periodendauer t . Diese läßt sich aus der synodischen Umlaufzeit des Mondes berechnen:

$$\begin{aligned} w_{Erde} \cdot t &= 2p + w_{Mond} \cdot t & \rightarrow & \quad \frac{1}{T_{Erde}} \cdot t = 1 + \frac{1}{T_{Mond}} \cdot t \\ \rightarrow & \quad t = \frac{1}{\left(\frac{1}{T_{Erde}} - \frac{1}{T_{Mond}} \right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{24h} - \frac{1}{29,53059 \cdot 24h} \right)} = 24,8412h = 24s50min28s \end{aligned}$$

Dies ist genau genug, um den Mondstand 20 Jahre zurück zu berechnen. Nun kann man die Mittelwertbildung durch einen Computer ausführen lassen. Die Mittelwertbildung erbrachte jedoch nur „statistisches Rauschen“.

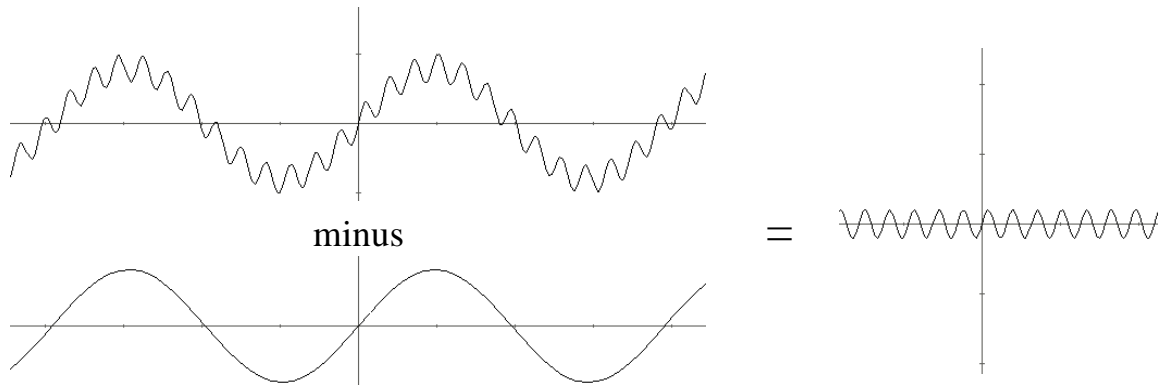
4.2.2. Entfernen anderer Druckschwankungen

Das statistische Rauschen ist genau genommen kein Rauschen, sondern es besteht aus periodischen und nicht periodischen Schwankungen des Luftdrucks. Die einzelnen Luftdruckwerte sind also nicht stochastisch unabhängig voneinander. Mit etwas Geschick sollte man nun in der Lage sein, die Varianz erheblich zu senken. Die periodischen Schwankungen lassen sich recht leicht entfernen, wenn man deren Periodendauer kennt.

¹¹ Es sollte in 95% der Fälle möglich sein, die Hypothese, daß das Ergebnis nur Zufällig zustande gekommen ist durch einen Signifikanz-Test auf 5%-Niveau abzulehnen. Da die Standardabweichung der Differenz $\sqrt{2} \cdot s$ beträgt, ist dies gegeben wenn: $1.2 Pa - \sqrt{2} \cdot s \cdot 1.645 \geq \sqrt{2} \cdot s \cdot 1.645 \Rightarrow s \leq \frac{1.2 Pa}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1.645} \approx 0.26 Pa$.

¹² Diesen Wert haben wir lediglich unserem Erfahrungsschatz mit dem heimischen Barometer entnommen.

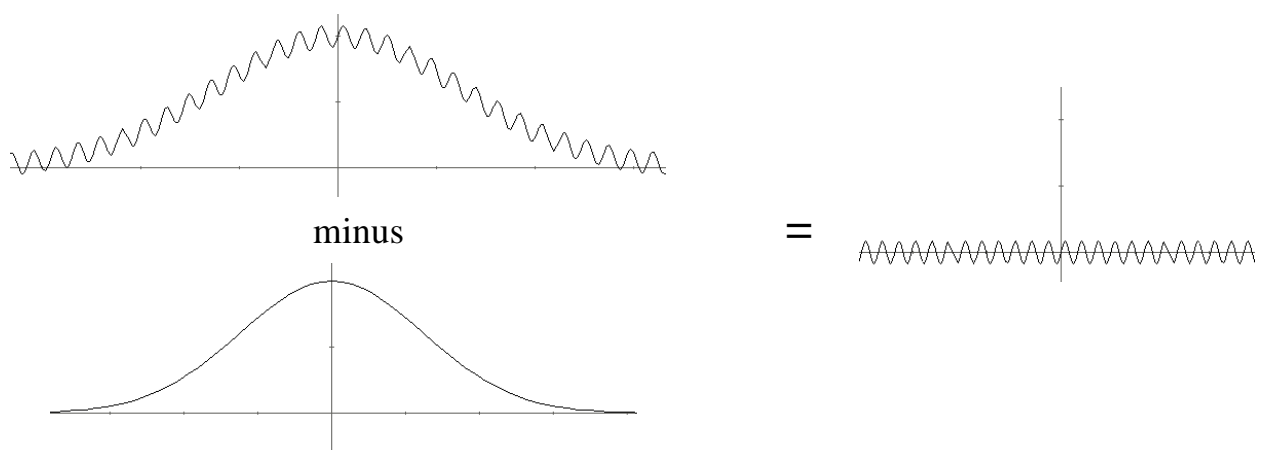
Als erstes haben wir die täglichen Luftdruckschwankungen entfernt. Dazu haben wir die Luftdruckdaten über die Dauer eines Tages gemittelt. Die so erhaltene Schwankung haben wir anschließend von den Luftdruckdaten abgezogen, da sie nicht durch den Mond, sondern durch Temperaturänderungen zustande kommt. Gleiches haben wir mit jahreszeitlichen Luftdruckschwankungen gemacht.



Leider mußten wir feststellen, daß die Standardabweichung der einzelnen Werte durch unsere Bemühungen nur auf 700 Pascal gefallen war. Die Standardabweichung wird also zu einem Großteil durch nicht periodische, zufällige Schwankungen beeinflusst. Dies entspricht auch der alltäglichen Erfahrung, daß das Wetter unregelmäßig ist, und sich kaum durch Statistiken vorhersagen läßt.

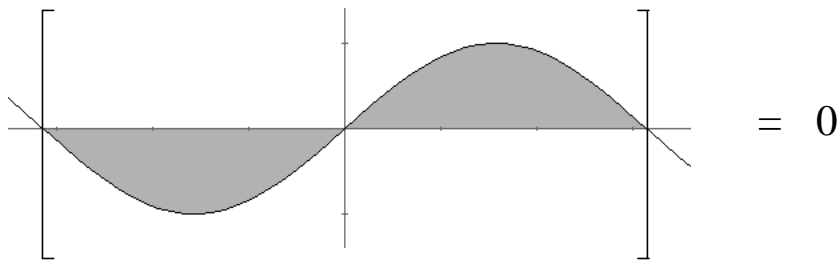
4.2.3. Der „statistische Kondensator“

Zwar sind die meisten Luftdruckschwankungen nicht periodischer Natur, jedoch gibt es trotzdem eine Möglichkeit sie Großteils zu eliminieren. Dabei kommt einem zugute, daß ein Hoch- oder Tiefdruckgebiet meist mehrere Tage besteht, und damit wesentlich länger ist, als die Periodendauer der Mondflut. Starke Luftdruckschwankungen haben also meist eine wesentlich größere Periodendauer als die Mondflut. Wir entwickelten nun einen Algorithmus, der länger anhaltende Luftdruckänderungen aus unseren Daten eliminiert.



Der Algorithmus geht folgendermaßen vor: Von jedem Luftdruckwert wird der Mittelwert der umliegenden Luftdruckwerte abgezogen. Man kann sich dies wie ein mitlaufendes Fenster vorstellen, in dem kontinuierlich der Mittelwert gebildet und subtrahiert wird. Wenn nun der Luftdruck langsam aber kontinuierlich steigt oder fällt, wird diese Schwankung fast vollständig eliminiert, da die umliegenden Werte fast denselben Ausschlag aufweisen. Damit die

mondinduzierte Druckschwankung nicht auch eliminiert wird, haben wir die Größe des Fensters gleich der Periodendauer einer Mondflut gesetzt.



Die Gezeitschwankung in diesem Intervall ergibt somit 0 und wird nicht mit abgezogen. Unser Algorithmus filtert also längerwellige Schwankungen heraus, während er Schwankungen mit einer Wellenlänge gleich der Intervallgröße unversehrt läßt. Kürzerwellige Schwankungen werden kaum beeinflußt¹³. Da große Druckschwankungen sich meist langsam auf - und abbauen, filtert unser Kondensator die meisten Störfaktoren heraus.

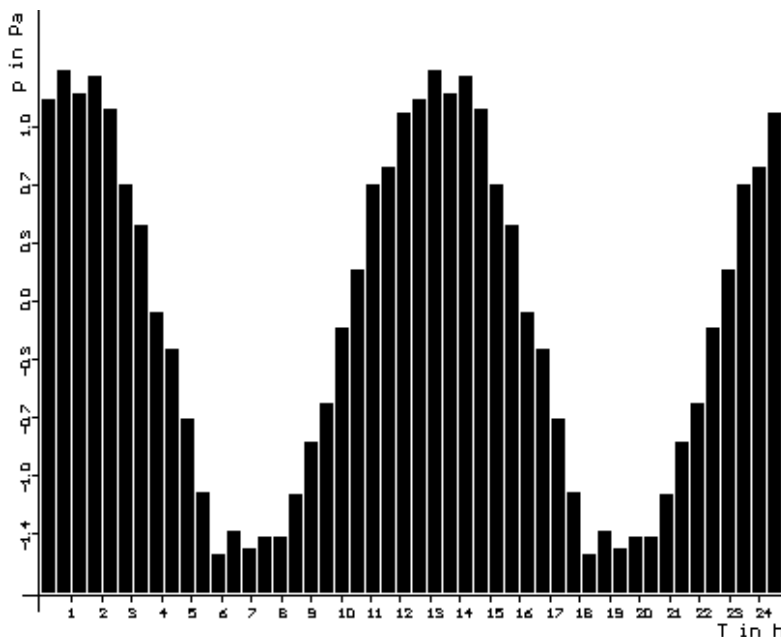
Die so manipulierten Werte weisen eine Standardabweichung von nur noch 33 Pascal auf.

$$s(\bar{X}) \frac{s}{\sqrt{n/2}} = \frac{33Pa}{\sqrt{245472/2}} = 0,094Pa$$

Die Standardabweichung eines Unterintervalls liegt also deutlich unter der von uns gesetzten Grenze. Man kann nun auch eine größere Anzahl an Unterintervallen nehmen, um auch einen Verlauf der Schwingung zu erkennen.

4.2.4. Ergebnis der statistischen Auswertung

Mit Hilfe eines von uns in Turbo Pascal geschriebenen Programms kann man die gefilterten Werte mitteln. Man muß beachten, daß die Werte nicht mehr absolut sind. Durch den statistischen Kondensator stimmt zwar noch ihr relativer Abstand zueinander, jedoch ergibt ihr Mittelwert nun nicht mehr den Durchschnittsdruck, sondern null.



Das nebenstehende Balkendiagramm zeigt die Ausgabe unseres Programms nach der Auswertung der Luftdruckdaten. Es wurden 24 Unterintervalle verwendet, wobei das ganze Intervall zweimal hintereinander dargestellt wird. Die Daten wurden so mit der Mondumlaufbahn synchronisiert, daß zu Beginn des Intervalls ein Maximum liegen müßte.

Die hier erhaltene Schwankung beträgt 2,93 Pascal und ist

¹³ Da sich unser Algorithmus ähnlich wie ein Kondensator verhält, der auch Schwingungen mit niedriger Frequenz herausfiltert, haben wir ihn statistischen Kondensator genannt.

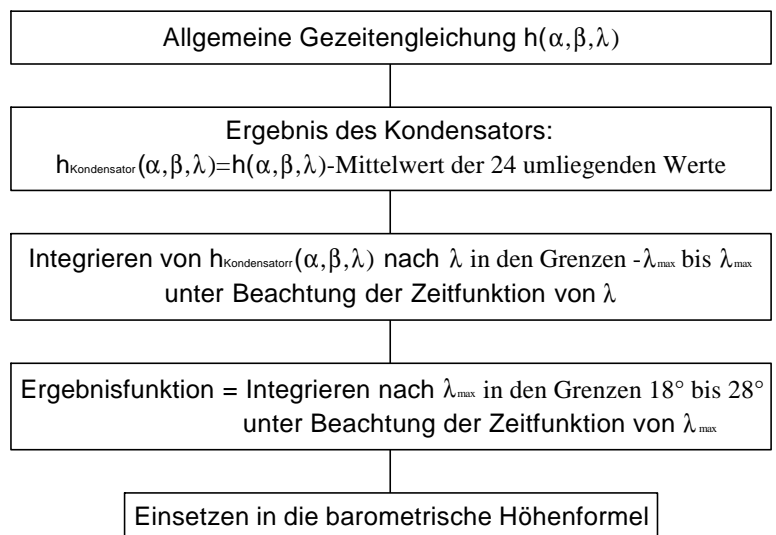
damit um einiges größer als der theoretisch berechnete Wert¹⁴. Die Standardabweichung der einzelnen Mittelwerte beträgt 0.32 Pascal.

Nimmt man hingegen eine andere Intervalllänge als die des Mondzykluses, so bekommt man nur ein leichtes statistisches Rauschen. Ausschließlich bei einer Intervalllänge von 24 Stunden erhält man noch ein deutliches Ergebnis. Dies ist auf die tägliche Luftdruckschwankung zurückzuführen¹⁵. Diese Schwankung ist um einiges größer als die Schwankung, die durch die Sonnengravitation induziert wird (Durch Verändern der Konstanten in unserer Gezeitenformel konnte dieser Wert berechnet werden. Er beträgt 1.27 Pa). Es handelt sich hierbei um die thermischen Tiden, die durch die im Tagesverlauf schwankende Sonneneinstrahlung entstehen.

5. Zusammenführung und Auswertung der Ergebnisse

Für einen genauen Vergleich zwischen Theorie und Statistik reicht es nicht aus, lediglich die erhaltene Druckdifferenz der beiden Ansätze zu vergleichen. Ideal wäre es, wenn man die theoretische Funktion über unser statistisches Ergebnis legen könnte. Dazu muß man jedoch die theoretische Funktion genauso behandeln, wie wir zuvor die gemessenen Daten behandelt haben.

- Zuerst muß man die Einwirkung des statistischen Kondensators berücksichtigen. Dieser läßt die Daten nur unverändert, wenn die aufeinanderfolgenden Flutberge identisch sind. Dies gilt jedoch nur, wenn der Mond direkt über dem Äquator steht. In allen anderen Fällen werden die Daten durch den Kondensator leicht verändert, da der Mittelwert des Kondensatorfensters nicht mehr exakt null ergibt.



- Desweiteren schwankt λ zwischen seinen Maximalwerten wodurch das statistische Ergebnis ein Mittelwert dieser Schwankung darstellt. Dies kann man nun berücksichtigen, indem man $h_{\text{allgemein}}$ von $-\lambda_{\text{max}}$ bis λ_{max} integriert und dann durch $2\lambda_{\text{max}}$ teilt. Man muß jedoch beachten, daß λ nicht linear von $-\lambda_{\text{max}}$ bis λ_{max} schwankt, sondern der Zeitfunktion $I(t) = \text{asin}(\sin(I_{\text{max}}) \cdot \cos(\mathbf{w} \cdot t))$ gehorcht.
- Zuletzt muß man beachten, daß auch λ_{max} innerhalb von 18,6 Jahren zwischen 18° und 28° schwankt. Dies kann man wiederum durch Integration von 1983 bis 1996 lösen. Dabei gilt die Zeitfunktion¹⁶:

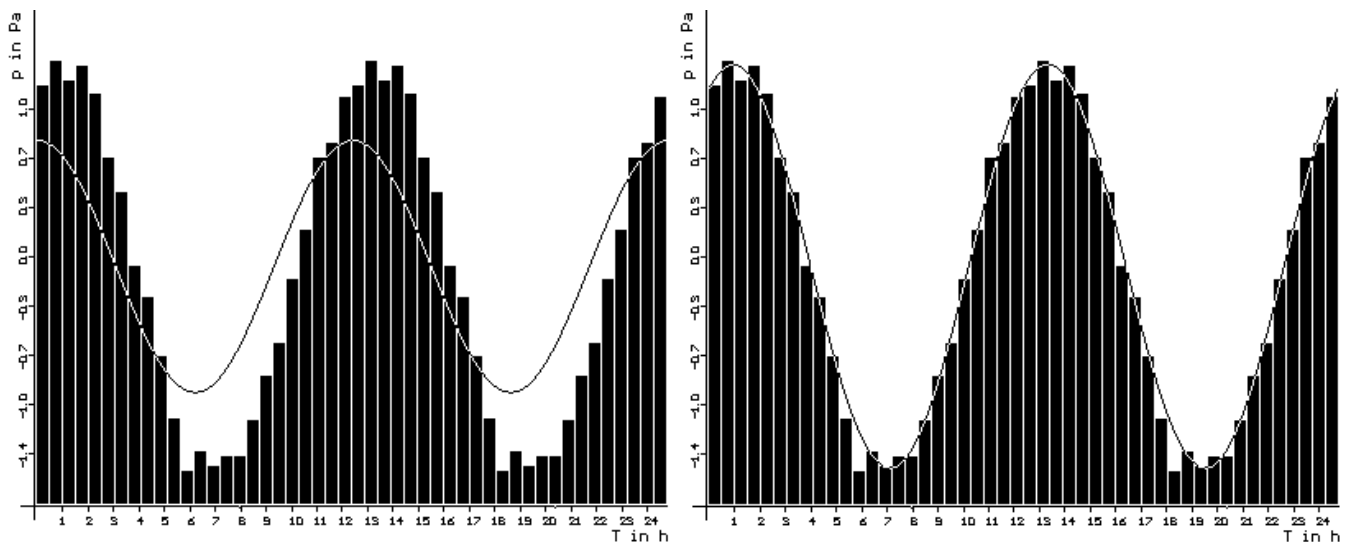
$$I_{\text{max}}(t) = \text{Erdeklptik} - \text{asin}\left(\sin(\text{Mondeklptik}) \cdot \cos\left(\frac{1983-t}{18,6} \cdot 360^\circ + 66,8^\circ\right)\right)$$

¹⁴ Der theoretische Wert liegt zwischen 1,89 Pa, wenn der Mond über dem Äquator steht, und 2,14 Pa, wenn die Mondlaufbahn mit dem Äquator einen Winkel von 28° bildet. $\frac{4,16\text{Pa} + 0,13\text{Pa}}{2} = 2,14\text{Pa}$

¹⁵ Auf die Eliminierung der täglichen Schwankung haben wir hier verzichtet, um damit den statistischen Kondensator zu testen.

¹⁶ Die Funktion wurde synchronisiert mit dem Wert $\lambda_{\text{max}}(1983) = 21,41^\circ$

Diese Operationen lassen sich jedoch nicht mehr analytisch durchführen. Wir haben deshalb ein Programm geschrieben, daß die Ergebnisfunktion iterativ berechnet. Die so erhaltene Funktion kann man nun in die barometrische Höhenformel einsetzen und mit den statistischen Daten vergleichen.



Die durchgezogene Linie entspricht hier dem theoretischen Ergebnis

Hier wurde die Theoriekurve um den Faktor 1,6 gestreckt und die Phase um 54 min verschoben

An diesen beiden Diagrammen kann man erkennen, daß die Theorie nicht ganz mit der Praxis übereinstimmt. Zum einen ist die Amplitude der statistischen Werte 1,6 mal größer, als wir vorhergesagt hatten. Zum anderen haben wir eine Phasenverschiebung von ca. 55 min erhalten¹⁷. Bei diesen Werten muß man zudem berücksichtigen, daß auch der Erdkörper den Gezeiten unterliegt, und damit die Messtationen ihre Höhe geringfügig ändern. Die reale Amplitude dürfte also noch größer als die gemessene sein.

Die Amplitudenverstärkung hat uns zuerst verblüfft, da wir erwartet hatten, daß die gemessene Amplitude eher geringer als die Vorhergesagte ausfällt. Eine mögliche Erklärung wäre, daß die Atmosphäre in der Frequenz der Mondflut mitschwingt, wodurch die Druckmaxima verstärkt werden.

Die Phasenverschiebung läßt sich leichter erklären. So ist es denkbar, daß Unebenheiten auf der Erde (Berge) die Flut verzögern.

6. Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war es herauszufinden, welchen Einfluß der Mond auf die Atmosphäre der Erde hat. Mit Hilfe von Potentialüberlegungen gelang es uns, den Einfluß der Mondgravitation auf die Atmosphäre mathematisch zu fassen. Wir haben eine Funktion hergeleitet, die die zeitliche Atmosphärenverformung in Abhängigkeit von Mondstand und Aufenthaltsort auf der Erde berechnet. Die errechnete Druckschwankung (für Deutschland ca. 3 Pascal) liegt jedoch unterhalb der Meßgenauigkeit der Barometer und ist im Vergleich zu wetterbedingten Luftdruckschwankungen sehr gering.

Trotzdem ist es aber möglich, die Druckschwankung anhand der vorliegenden Luftdruckdaten nachzuweisen. Wir nutzten die Tatsache, daß die wetterbedingten Luftdruckschwankungen sehr langsam von statten gehen, und damit die einzelnen Luftdruckwerte nicht stochastisch unabhängig voneinander sind. Mit Hilfe eines selbst geschriebenen Programms gelang es uns, die mondinduzierten Luftdruckschwankungen aus den Daten herauszufiltern. Die erhaltene

¹⁷ Die Phasenverschiebung läßt sich nicht ganz exakt bestimmen, da wir bei den statistischen Werten ein Zeitraster ca. 30 min haben.

Schwingung entspricht in etwa unseren theoretischen Berechnungen. Auffallend ist eine vergrößerte Amplitude und eine Verzögerung der Flut um ca. 55 Minuten.

7. Ausblick

Als Weiterentwicklung unseres Projekts könnten wir uns noch vorstellen, die statistische Auswertung zu verfeinern. Man könnte z.B. das hohe und das niedrige Maximum getrennt behandeln, um zu untersuchen, in wie weit tatsächlich Unterschiede zwischen ihnen bestehen. Hier könnte man den Einfluß der mitschwingenden Atmosphäre untersuchen, der bei dem kleineren Maximum im Verhältnis stärker ausfallen müßte.

Desweiteren könnte man das Frequenzspektrum der Luftdruckwerte mit einer Fast Fourier Transformation untersuchen um auch noch andere Schwingungen zu entdecken.

Mit den Daten anderer Wetterstationen könnte man untersuchen, ob geographische Gegebenheiten Einfluß auf die Phasenverschiebung und Amplitudenverstärkung haben.

Hätte man Luftdruckdaten von vielen auf der Erde verstreuten Wetterstationen, so könnte man an eine dreidimensionale Auswertung denken.

8. Literaturverzeichnis

- TIPLER P. A., *Physik*: Spektrum Akad. Verl., 1994
GERTHSEN KNESER VOGEL, *Physik*: Springer-Verlag, 1982
MIROW B., *Physik Formeln / Sekundarstufe II*: Dümmler, 1992
Meyers Großes Universallexikon, 1981
NÜESCH C., *Planetarium V6.3 Shareware Version*, 1995